FUF rapport 6 - Gnidning

Jogvan og Stine

15. oktober 2001

Gnidning på vandret overflade

Formål

Formålet består i at måle gnidningen mellem to flader og vise, at gnidningskraften F_G er givet ved normalkraften F_N gange med en gnidningskoefficient μ, altså

$$F_G = \mu \cdot F_N \tag{1}$$

Metode

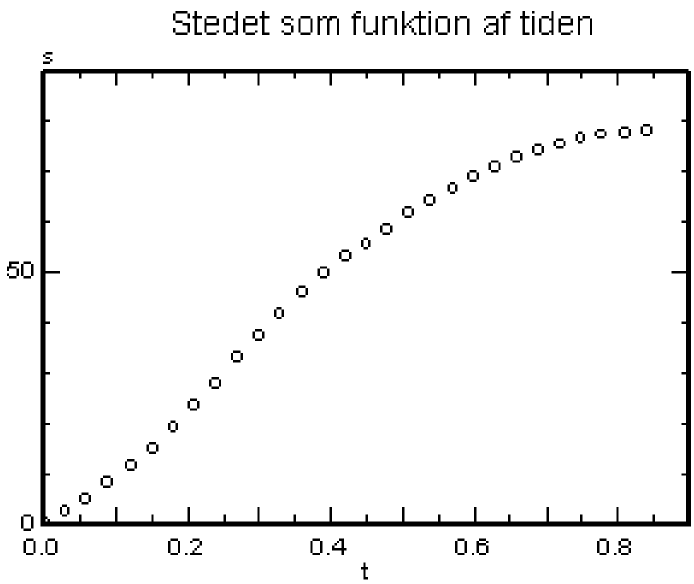
Forsøget udføres ved at lade en klods glide hen ad en flade, og måle hastigheden. Det gøres ved at der til klodsen er fastgjort en snor i den ene ende som løber hen over en trisse således, at når der hænges et lod i snoren, vil den trække vognen hed ad fladen til loddet rammer gulvet. Herefter taber klodsen fart som følge af gnidning. I den anden ende af klodsen er der fastgjort en papirstrimmel som løber gennem en timer. Når nu klodsen slippes og loddet falder, accelererer klodsen først indtil loddet rammer gulvet og hvorefter den deaccelerer (pga gnidning) for til sidst at gå i stå. Punkterne som timeren afsatte på papirstrimlen kan aflæses og analysen kan foretages.

Måleresultater

Vi har foretaget målingen med fire forskellige typer af flader, men da de allesammen gav de samme kvalitative træk, vil vi nøjes med at behandle en af dem her, også for at lette overskueligheden. Desuden noterer vi kun hvert niende aflæste punkt i tabellen nedenunder.

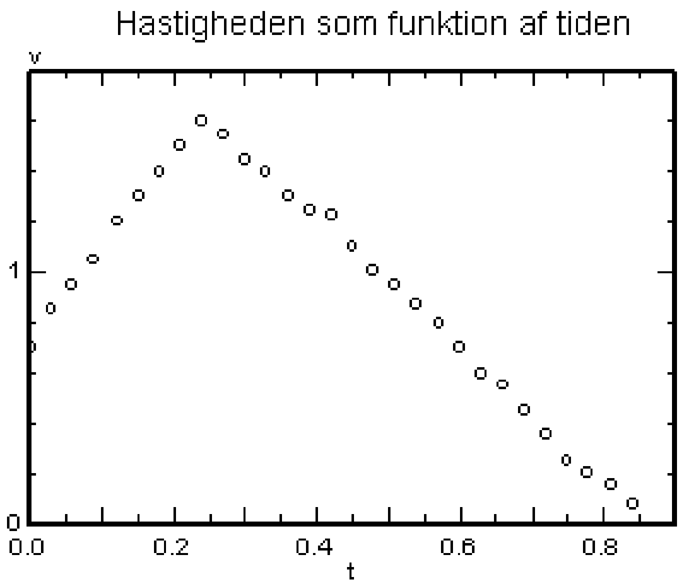
Tid /[s]	Sted S /[m]	Hastighed v /[m/s]
0,00	0,0	0,7
0,09	8,0	1,1
0,18	19,0	1,4
0,27	32,9	1,6
0,36	45,8	1,3
0,45	55,6	1,1
0,54	64,4	0,9
0,63	71,0	0,6
0,72	75,5	0,4
0,81	77,7	0,2

Hastigheden er fundet ved, at der til et givet punkt på strimlen, er målt afstanden mellem nabopunkterne og divideret med 0,02 sekunder, som er den tid det tog timeren at 'trykke' to punkter.
Ved at plotte punkterne ind i en graf, kan vi afbilde stedfunkionen som det ses på figur (1). Ser vi derimod på figur (2) der afbilder hastigheden



Figur 1 Figuren viser de målte afstande fra startpunktet (til tiden t_0) til punkterne på papirstrimlen. Man kan se at først øges stedfunktionen progressivt, hvilket betyder positiv acceleration, og senere øges den degressivt - negativ acceleration.

som funktion af tiden, kan vi meget tydeligt se, at vi først får en ret linie med positiv hældning til den knækker, hvor vi får en linie med negativ hældning. Det betyder, at der først er en positiv acceleration indtil kurven knækker (loddet rammer gulvet) og derefter en negativ acceleration. Accelerationen er givet ved hastighedsændringen pr tid, altså hældningen på



Figur 2 Her er hastigheden af loddet plottet som funktion af tiden.

hastighedsgrafen. Vi kan aflæse at begyndelsesaccelerationen a_b er $3,7 {}^{m}/_{s^2}$ og at slutaccelerationen a_s er cirka $-2,6 {}^{m}/_{s^2}$.

Teori

Vi får bl.a. brug for

Indgående størrelser	Navn	Størrelse
Loddets masse	m_L	0,600 kg
Klodsens masse	m_k	0,57 kg
Tyngdeaccelerationen	g	9,82 ${}^{m}/_{s^2}$

Vi vil nu forsøge at gennemgå en teori for bevægelsen. Loddet er påvirket af tyngdekraften, som er givet ved

$$F_L = m_L \cdot g = 0,600kg \cdot 9,82 {}^{m}/_{s^2} \approx 5,9N \tag{2}$$

Klodsen der kurer hen af fladen, bliver påvirket af en normalkraft (som er modsatrettet og af samme størrelse som tyngdekraften, ifølge Newtons 3. lov om aktion og reaktion):

$$F_K = m_k \cdot g = 0,57kg \cdot 9,82^{m}/_{s^2} \approx 5,6N \tag{3}$$

Før loddet rammer gulvet

Hvis vi først ser på tiden hvor loddet falder, altså inden det rammer gulvet, så er det tyngdekraften der påvirker loddet, der trækker læsset. Forestiller vi os, at der ikke var nogen gnidning mellem fladen og klodsen, ville vi få følgende bevægelsesligning

$$F_{res} = m_L g = (m_L + m_k)a_b \tag{4}$$

men da der netop er gnidning mellem klods og flade, skal gnidningskraften $F_G = \mu m_k g$ der modvirker bevægelsen trækkes fra[1]. Vi får så

$$F_{res} = m_L g - \mu m_k g = (m_L + m_k)a_b \Rightarrow \mu = \frac{m_L g - (m_L + m_k)a_b}{m_k g} \tag{5}$$

For at smuksere lidt på udtrykket gør vi følgende

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m_L \cancel{g}}{m_k \cancel{g}} - \left(\frac{m_L}{m_k} + \frac{m_k}{m_k}\right)\frac{a_b}{g} \\ &= \frac{m_L}{m_k} - \left(\frac{m_L}{m_k} + 1\right)\frac{a_b}{g} \end{aligned} \tag{6}$$

Efter loddet rammer gulvet

Efter at loddet har ramt gulvet, er det kun gnidningskraften der påvirker klodsen og deaccelerer den. Krafterne kan skrives op som følger

$$\begin{aligned} F_{res} &= \mu m_k g = m_k \cdot a_s \Rightarrow \\ & \mu = \frac{m_k a_s}{m_k g} = \frac{a_s}{g} \end{aligned} \tag{7}$$

Igen, hvis der ikke var nogen gnidning ville klodsen fortsætte med konstant hastighed.

[1] Grunden til at vi her tilsyneladende tager udtrykket for gnidningskraften for givet er, at hvis ikke udtrykket er rigtigt vil det ikke gå godt for os i sidste ende. Med andre ord, så antager vi her at det er rigtigt og ser så hvad vi får.

Se nu kunne det være fristende at sætte de målte værdier ind i udtrykkene og se om vi får noget fornuftigt. Først sætter vi dog lige ligningerne (6) og (7) lig hinanden. De skulle gerne give den samme gnidningskoefficient

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{m_L}{m_k} - \left(\frac{m_L}{m_k} + 1\right)\frac{a_b}{g} = \frac{a_s}{g} \\
&\Rightarrow m_L g - (m_L + m_k)a_b - m_k a_s = 0 \\
&0,6 \cdot 9,82 - (0,6 + 0,57) \cdot 3,7 - 0,57 \cdot 2,6 = 0,081 \approx 0
\end{aligned}$$

Gnidningskoefficienten fås derfor ifølge ligning (7) til

$$\mu = \frac{a_s}{g} = \frac{2,6}{9,8} = 2,7 \tag{8}$$

Konklusion

Vi skulle vise at gnidningskraften som følge af mekanisk gnidning mellem to flader, kan skrives som $F_G = \mu \cdot F_N = \mu \cdot m \cdot g$, hvor μ er gnidningskoefficienten. Det betyder at gnidningen kan opfattes som en koefficient der virker proportionalt med normalkraften. Hvis der ikke er andre kræfter til stede, dvs. den resulterende kraft er lig gnidningskraften, vil deacceleracionen a_s være givet ved

$$F_{res} = F_g = \mu F_N = \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_s \Rightarrow a_s = \mu \cdot g \tag{9}$$

Og omvendt er gnidningskoefficienten givet ved

$$a_s = \mu \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{a_s}{g} \tag{10}$$

da det er a_s og ikke μ man kan måle.

Usikkerhed og fejlkilder

Vi vil ikke gøre andet ud af usikkerheder og fejlkilder end at nævne dem. Usikkerhederne i systemet er alt hvad der har med målenøjagtighed at gøre som masser, længder, og tider. Og fejlkilderne er alt der kan forårsage systematiske fejl såsom fejlkalibreringer af måleudstyr og timer, samt sådan noget som luftmodstand, gnidning mellem timer og strimmel, og gnidning i trissen. Disse anser vi for at være så små, at de ikke er interessante for det aktuelle eksperiment.